

# ミリカンの実験の検討

白石 正夫\*

この研究は、自作装置で、ポリスチレンラテックス球によるミリカンの実験について検討したものである。はじめに、ラテックス球の直径を電子顕微鏡により直接測定し、ストークスの法則から求めた粒度分布と比較検討している。つぎに、 $e$ を求める方法として、粒度のそろったものを選出する方法と、そろっていないものから求める方法の2つについて比較している。結局 $e$ の値として、前者では、 $(1.56 \pm 0.18) \times 10^{-19} \text{C}$ 、後者では $(1.62 \pm 0.11) \times 10^{-19} \text{C}$ を得ている。

## 1 はじめに

Millikanの油滴の実験は、電荷の最小単位を求めるという、科学史上きわめて画期的な実験であるが、現在においてもその教育的意義は大きい。

この実験は、PSSC物理でもとり上げ、ラテックス球を使って巧みに実験している。わが国の高校物理でも、これを取り上げているが、理論や計算がやや複雑なことで、実験データの収集に時間がかかること、実験装置をグループ数そろえることがむずかしい、などの理由で、生徒実験として扱うことは困難である。そこで、この実験に含まれる問題点と、その基礎的な資料をうることをねらいとして、安価な装置を自作し、とくに、ポリスチレン・ラテックス球を用いる実験を中心として、種々検討を試みたので報告する。

## 2 素電荷の測定原理

油滴や水滴などのような、空間に噴霧された微粒子は、きわめて微量であるが帯電する。多数の微粒子の帯電量を測定し、大きさの順に配列すると、となりあう電気量の差が、常にある数の整数倍の数値が得られる。このある一定の数が電気量の最小単位、すなわち素電荷であって、 $e$ で表わすことにする。

$e$ の測定方法には、Stokesの法則から、微粒子の半径を求めて帯電量をうる方法(測定法Ⅰ)と、ラテックス球のような、半径既知の微粒子を用いる方法(測定法Ⅱ)とがある。

### 1. 測定法 Ⅰ

空気中で、重量 $F_g$  (N)の球が、比較的小さい速度で自然落下するとき、ある速度に達すると、空気の粘性による抵抗 $R$  (N)とつりあって、終端速度 $V$  (m/s)の等速運動となる。このとき、空気による浮力を無視すれば

$$F_g = R \quad (1)$$

\* 理科長期研修員(白根地区理科教育センター, 白根市立白根中学校)

の関係が成立する。いま空気の粘性率を  $\eta$  ( $\text{N} \cdot \text{S}/\text{m}^2$ )、球の半径を  $r$  (m)  
球の密度を  $\sigma$  ( $\text{Kg}/\text{m}^3$ ) とすれば、Stokesの法則から

$$R = 6\pi r \eta V \quad (2)$$

$$F_g = 4/3\pi r^3 \sigma g \quad (3)$$

であり、これらの式より

$$r = \sqrt{\frac{9\eta V}{2g\sigma}} \quad (4)$$

から球の半径を算出できる。次に、(図1b)のように、電極に直流電  
圧  $P$  を加えると、電気力  $F_e$  によって、帯電した球は上昇し、間もなく (図1) 球にはたらく力  
終端速度  $V^-$  に達する。このときの空気の抵抗を  $R'$  とすれば

$$F_e = F_g + R' = R + R' \quad (5)$$

が成立する。いま電極の間隔を  $d$  (m)、電極間の電圧を  $P$  (v)、球の電荷を  $-q$  (c)、とすれば

$$E = P/d \quad (6)$$

$$F_e = qE \quad (7)$$

$$R' = 6\pi r \eta V^- \quad (8)$$

の関係があるから

$$q = \frac{6\pi r \eta (V + V^-)}{P/d} \quad (9)$$

となり帯電量が得られる。球が正に帯電しているときは、電極の電界を逆にすれば、同じようにして帯  
電量が得られる。

## 2. 測定法 II

半径のわかる均一なラテックス球が、空気中を終端速度  $V$  で落下するとき、球にはたらく重力  $F_g$  は  
空気の抵抗とつりあい

$$F_g = 6\pi r \eta V \quad (10)$$

である。いま  $q$  に帯電した球を、電極間に浮遊させる。(図2ad)のように、球にはたらく重力と、  
電気力とが同一方向の場合、球は  $F_g + F_e$  の力を  
受け、落下運動をして終端速度  $V^+$  に達すれば

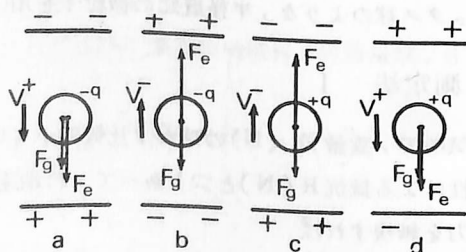
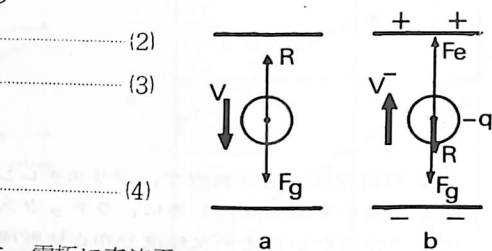
$$F_g + F_e = 6\pi r \eta V^+ \quad (11)$$

となる。また(図2bc)のように  $F_g$  と  $F_e$  とが  
反対方向で、 $F_e > F_g$  の場合は上昇し、その終端  
速度を  $V^-$  とすれば、

$$F_g - F_e = 6\pi r \eta V^- \quad (12)$$

となる。(12)、(13)式より

$$F_g = 3\pi r \eta (V^+ + V^-) \quad (13)$$



(図2) 球にはたらく力

$$F_e = 3\pi r \eta (V^+ - V^-) \quad (14)$$

が得られる。(14)式から、 $F_g$  は  $(V^+ + V^-)$  に比例するので、 $(V^+ + V^-)$  の値より半径を推定することができる。また(15)式より  $(V^+ - V^-)$  は  $F_e$  に比例するから、 $(V^+ - V^-)$  は球の帯電量に比例する量である。また電場の強さは、 $E = P/d$  であり、もし球に  $n$  個の電子が付着すれば帯電量は  $q = ne$  となる。したがって

$$F_e = qE = neP/d \quad (15)$$

となり(14) (15)式より

$$ne = \frac{3\pi r \eta d}{P} (V^+ - V^-) \quad (16)$$

となる。いま、 $P$  を一定とするならば、 $3\pi r \eta d/P$  は定数となる。したがって  $ne$  は  $e$  の整数倍であるから、 $(V^+ - V^-)$  もある一定数  $\Delta (V^+ - V^-)$  の整数倍となる。ゆえに

$$e = \frac{8\pi r \eta d}{P} \Delta (V^+ - V^-) \quad (17)$$

となる。

### 3 実験装置

#### 1. 装置

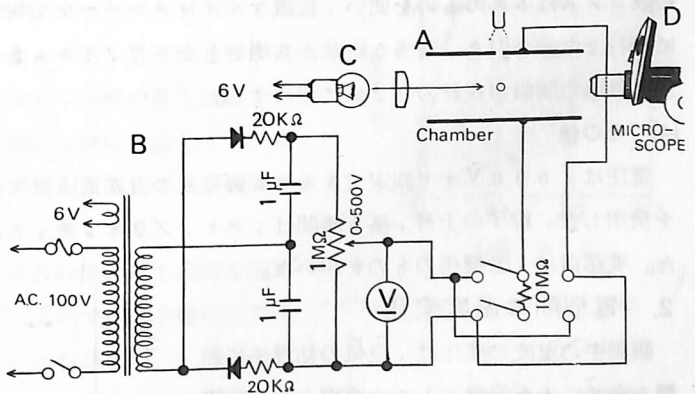
装置全体は、(図3)に示すように主なものは電極容器A、電源部B、光源C、顕微鏡Dよりなる。A、B、Cの部分は自作した。

##### (1) 電源部

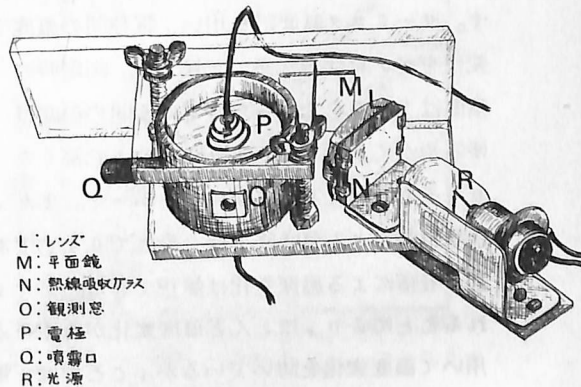
ダイオードにより整流された直流電圧を、0～500Vまで調節する可変抵抗と、極性切換スイッチ、光源用6V電源、電圧計用ターミナルなどが附属している。極性切換スイッチが、中央のOFFにあるときは、極板に電圧がかからず、電界が消去される。

##### (2) 電極容器および光源

アクリル樹脂の円筒と板を用いて(図4)のような容器を作り、中に銅板を5mm間隔に保持して電極とした。電極の内面はできるだけ滑らかにし、極板間隔を正確に保つ。容器の上部のふたは、とりはずしができるように2本の蝶ネジでとめる。容器の側面には噴霧口、観測窓照明光入口があり、内部は必要部分以外黒くぬる。光源



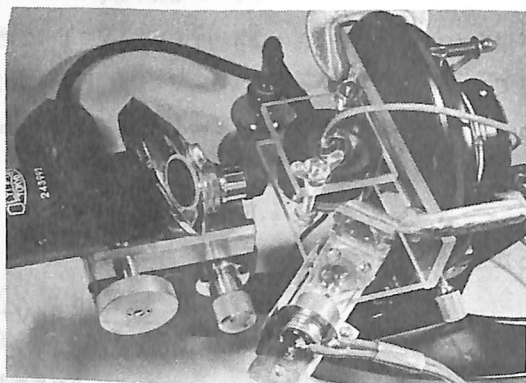
(図3) 装置の構成と電源回路



- L: レンズ
- M: 平面鏡
- N: 熱線吸収ガラス
- O: 観測窓
- P: 電極
- Q: 噴霧口
- R: 光源

(図4) 電極容器

はフィラメントが直線状の6V 10Wの自動車電球を用い、とつレンズを通してフィラメントの像が、電極間の中央に縦に結ぶようにとりつける。電球は、その位置を少し移動できるようにする。容器の中に噴霧された微粒子は、チンダル現象により輝いた点として観測される。光源の光軸と、顕微鏡の光軸となす角度は、 $140^{\circ} \sim 150^{\circ}$ の範囲が最も観測しやすいが、その角度が $140^{\circ}$ になるように、平面鏡を配置し、光源からの光を反射させた。装置の裏側には、プラスチックの円板を接着し、それを顕微鏡のステージ中央の孔にはめることにより、適切な位置にセットできる。



(図5) 自作装置

### (3) 顕微鏡

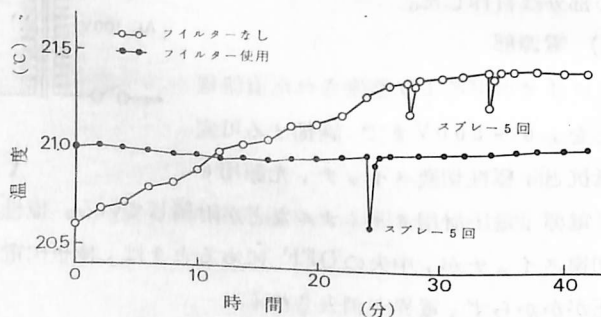
顕微鏡は、生物用を使用した。対物レンズは低倍率のものがよく、読取顕微鏡のものを使った。また接眼レンズは5×のものを使い、接眼マイクロメーターを全視野に入れる。マイクロメーターは黒い紙に平行な白線を引き、適当な距離から撮影したネガフィルムを、円形に切って代用した。自作したものは1目盛の間隔が視野の0.2mmに相当する。

### (4) その他

電圧は、500Vまで測定できる2.5級程度の直流電圧計で測定できるが、ここではデジタル電圧計を使用した。粒子の上昇、落下時間は、ストップウォッチ、またはユニバーサルカウンターで計測した。噴霧器は、医療用のものを用いた。

## 2. 電極間の温度変化

観測中の温度の変化は、空気の粘性率に影響を与え、また対流をおこす原因となる。電極間の温度変化を調べた結果を(図6)に示す。サーミスタ温度計を用い、電極間の温度変化をペンレコーダーで記録した。測定時の室温は $20.6^{\circ}\text{C}$ であったが、電極間の温度はゆるやかに上昇し、35分間で約 $1^{\circ}\text{C}$ 高くなり、その後はほとんど変化がなかった。また、ラテックス球を含む水蒸気を5回連続スプレーした場合、断熱膨張による温度降下は、最大で $0.4^{\circ}\text{C}$ であり、約40秒でもとの温度にもどった。このことから1回の噴霧による温度変化は無視できる。また、光源電球と電極との間に、熱線吸収フィルターを1枚入れることにより、ほとんど温度変化がなくなる。したがって、ミリカンの使用した装置では、恒温槽を用いて温度変化を防いでいるが、ここでは、電極容器内の温度については、フィルターを使用することにより、容器内の温度は不変と考え、室温をもって代えた。



(図6) 電極間の温度変化

## 4 実験法の検討

### 1 試料の検討

#### (1) 試料

実験に使う試料としては、油脂類、ラテックス球などがあるが、油滴の場合は、密度の測定が必要であり、測定法Ⅰによるので計算量も多い。最近では、粒子の半径が均一なラテックス球を用いた測定法Ⅱが便利であるとされている。ここではラテックスを用いた実験について検討する。

使用したラテックスは、Dow Chemical 社の Polystyrene uniform latex particles で半径が、 $5.5 \times 10^{-7} m$ 、密度  $1.05 (Kg/m^3)$  となっており、水にポリスチレン球 10% を懸濁したものである。

#### (2) 粒子の運動

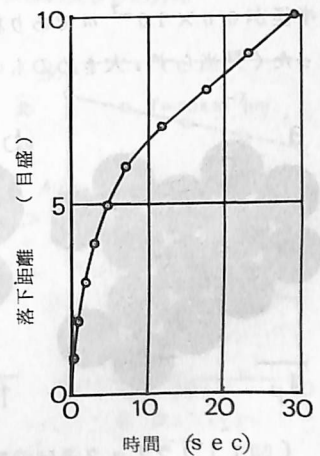
粒子の上下運動に、Stokes の法則を適用して球の半径や帯電量を求めるには、粒子が等速運動をすることを前提とする。そこでラテックス球の自然落下運動のようすを調べてみた。(図7)は粒子を電極間に噴霧した直後の落下運動の1例である。粒子が接眼マイクロメーターの各目盛を通過する時間を、ペンレコーダーを用いて測定した。この場合は、グラフから明らかなように、最初は速度が大きく、徐々に減速されて等速度に達しており、一般の落下運動とちがっている。これは、等速となるまでの間に、球に付着した水分が蒸発して球の重さが減少していくためと考えられる。また、観測中に、数秒で消滅するものがあるが、これは水滴である。

(図8)は、3個の球について、噴霧後数秒後の落下速度を示したものである。いずれも等速運動をしているので(2)式を適用して考えると、落下速度が異なるものを含むことから球の半径は均一でないことが推定できる。

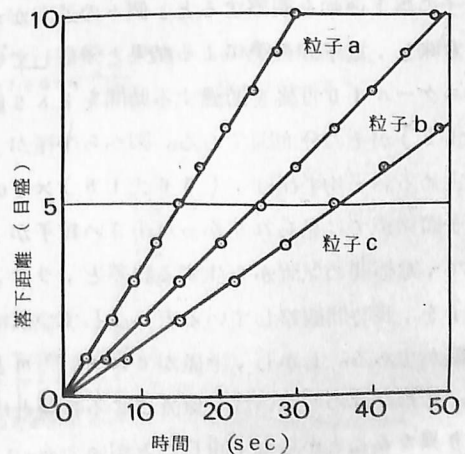
このように、半径が均一でないものが視野に現われることに関する考察は、次の項で詳述する。

(図9)は、電極に加える電圧を変えて、帯電した球にはたらく力と、終端速度との関係をみたものである。図から、明らかに終端速度は球にはたらく力に比例している。

グラフの直線と、横軸との交点の電圧においては、球にはたらく重力と、電気力ががつり合って、球は静止する。



(図7) 噴霧直後の落下運動



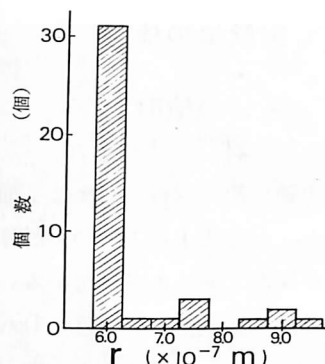
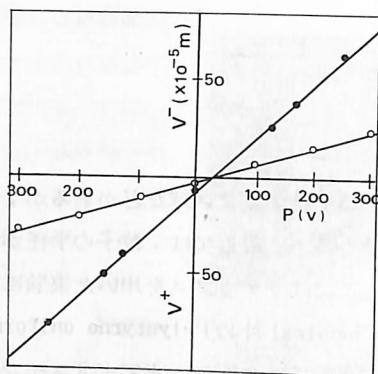
(図8) 球の落下運動



## (3) 粒子の粒度分布

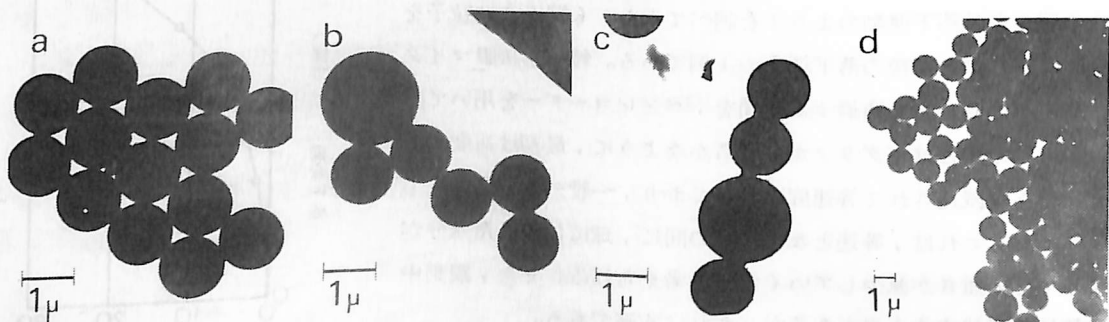
## a 電子顕微鏡による観察

ラテックス球の大きさが、不ぞろいであるかどうかを、電子顕微鏡で観察した。(図11)は、その写真である。1万倍の倍率で撮影した写真で、40個の粒子について大きさを測定した結果(図10)のような分布となった。測定した球の個数は少ないが、大部分の球



(図10) 粒子の粒度分布

は半径が  $6.0 \times 10^{-7} \text{ m}$  であり粒がよくそろっていることを示す。またそれより小さい半径のものが、まったく見当らず、大きめのものがあることが確認された。最大のもので  $9.5 \times 10^{-7} \text{ m}$  であった。



(図11) ラテックス球の電子顕微鏡写真

(日本電子 JEM-T7, フジ電顕用乾板, a~c:  $10^4$  倍撮影, d:  $2 \times 10^3$  倍撮影)

## b Stokes の法則より求めた粒子の粒度分布

粒子の落下運動を観察すると、個々の速度がかなり異なる。これは球の大きさが、さまざまであることを意味し、電子顕微鏡による結果と矛盾している。ラテックス球を噴霧し、落下する粒子が顕微鏡視野のスケール10目盛を通過する時間を388個について測定し、Stokes の法則から半径を求めた。(図12)がその分布図である。図から半径が、 $4.76 \sim 5.75 \times 10^{-7} \text{ m}$  のものが最も多く、全体の33%を占める。平均半径は、 $(5.6 \pm 1.5) \times 10^{-7} \text{ m}$  で、かなりばらつきがあるといえる。

電子顕微鏡では見られなかった小さい粒子が、Stokes の式から得た分布に表われている。この原因として、電極間の気流から生ずる誤差と、ラテックス球以外の粒子、すなわち水滴の存在が考えられる。

粒子を、長時間観察していると、少しずつ横にそれ、やがて視野から消えることから、気流のあることは確かである。しかし、半径が  $6 \times 10^{-7} \text{ m}$  と  $4 \times 10^{-7} \text{ m}$  のものとは、落下速度が2倍以上異なる。これだけのちがいは、気流による影響とは考えられず、また、同一視野内で、落下速度の差ははっきり異なることから、同じことがいえる。

電極間に、水だけを噴霧すると、水滴は、はじめの2~8回はすぐに消える。しかしそれ以上の噴霧

をくり返すと、水蒸気の飽和により、いつまでも消えないものが現われ、比較的ゆっくり落下するものも多数見られる。以上のようなことから、半径の小さいものは水滴であろうと思われ、(図12)の分布図は、水滴とラテックス球の分布の合成されたものであらうと考えられる。

### c 球の選びかた

半径  $r$  が一定であるとして処理する測定法Ⅱでは  $r$  の等しいものを選ぶことが必要条件となる。(図13)から、 $V$  が約 5 (秒/目盛) のものを選べば  $r$  が

$5.5 \times 10^{-7} m$  附近の球であることになり、その球について  $V^+$ ,  $V^-$  を測定する。(13式より  $F_g$  は  $(V^+ + V^-)$  に比例するから、 $r$  の大きさにより  $(V^+ + V^-)$  の値が決定する。

(3), (13式より

$$(V^+ + V^-) = 4r^2\sigma g / 9\eta \quad (18)$$

をうる。(18式から、 $r$  が  $5.0 \sim 6.0 \times 10^{-7} m$  のときの値を、各気温について計算すると(図14)のようになる。気温  $20^\circ C$  では、 $r$  が  $5.5 \times 10^{-7} m$  の値は 0.38 である。

実際の測定では、 $r$  が  $5.5 \times 10^{-7} m$  附近 (図13) 落下速度と半径 (図14)  $(V^+ + V^-)$  と球の半径の球について、 $V^+$ ,  $V^-$  を測定し、その中から  $(V^+ + V^-)$  のそろったものを、いくつか選び出して、(図14) から半径を決定し、 $\Delta(V^+ - V^-)$  を見い出して(17式から素電荷を求める。

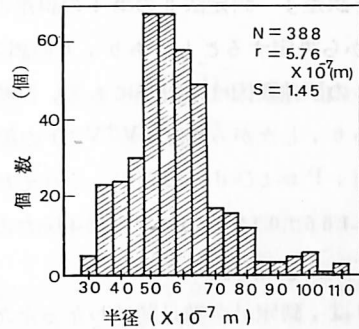
## 2. 素電荷の測定

### (1) 測定法Ⅱによる

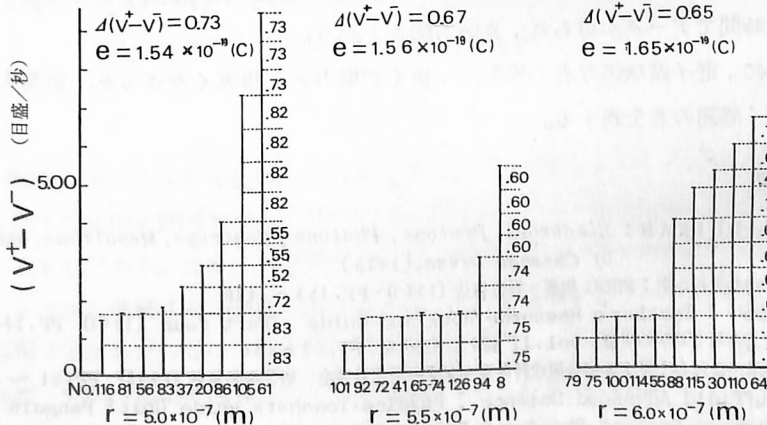
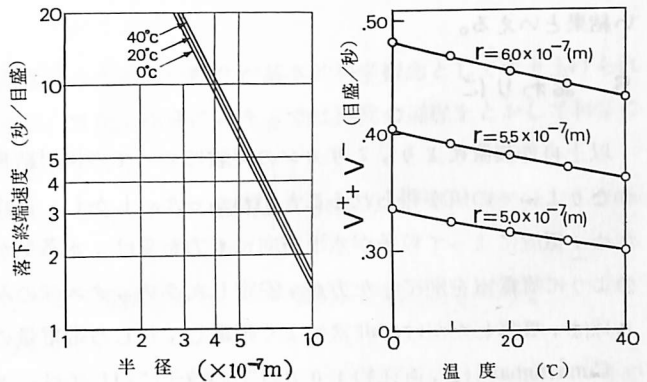
測定例

[測定値の処理]

(図15)は、測定法Ⅱによって求めた  $e$  の値の1例である。 $(V^+ + V^-)$  の値から、 $r$  が  $5.5 \times 10^{-7} m$  のものを選び出すと、全データの約 10% しかないが、例に示すように別の  $r$  のデータも選ぶと



(図12) ラテックス球の大きさの分布



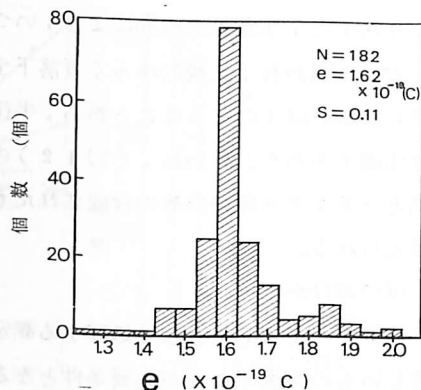
(図15) 測定例, 気温 =  $18.0 \sim 19.0^\circ C$ ,  $P/d = 8 \times 10^4 V/m$

とにより、より多くのデータを生かすことができる。

〔測定結果と誤差〕 測定法Ⅱの第1の誤差の要因は、 $r$ を $(V^+ + V^-)$ から決定することにより、 $r$ の誤差は4.5%程度である。第2の誤差要因は、計時にある。計時の誤差は最大で $\pm 4\%$ であり、したがって $d(V \pm V^-)$ の誤差は7.5%となる。その他、 $P$ および $d$ の誤差が、それぞれ1%見込まれるので $e = (1.56 \pm 0.18) \times 10^{-19} \text{ C}$ が得られる。(図15,bの場合)

## (2) 測定法Ⅰによる測定例

(図16)は、測定日が数日間にわたったため、測定条件は一定でないが、測定法Ⅰにより182個の粒子から得た $e$ の(図16)測定法Ⅰによる $e$ の値の分布であり、 $e = (1.62 \pm 0.11) \times 10^{-19} \text{ C}$ であった。この程度の装置からの値としては、かなりよい結果といえる。



## 5 おわりに

以上自作装置により、ミリカンの実験についての検討結果を報告したが、このような簡単な装置でもかなりよい $e$ の値が得られることがわかった。しかし、自作した装置は、電極間に直接試料を噴霧するため、気流によって粒子が水平方向にも力を受け、水蒸気が飽和しやすい欠点がある。ミリカンの装置のように噴霧室を別にした方が、安定したラテックス球のみを観測することができると思う。ラテックス球は、噴霧しただけで非常によく帯電し、むしろ帯電量の少ない粒子を見つける方が困難である。

Cunningham は、直径約  $10 \mu$  以下の粒子に対しては、Stokes の法則は完全さを失うとしている。ミリカンもその点の補正をしているが、本報告ではその記載を省略した。

油滴を使った測定も試み、良好な結果を得たが、紙面の都合で割愛した。ラテックス球の大きさの分布については、まだ問題があるので、機会があれば、さらに電子顕微鏡による観察をしたい。

素電荷の測定方法としては、計算はやや面倒であるが、測定法Ⅰによる方が、粒子の選択の必要もなく、短時間でデータが得られ、良い方法だと思う。

最後に、電子顕微鏡写真の撮影に、快くご協力とご指導くださった、新潟大学教養部の池田泰治先生に、深く感謝の意を表する。

## 文 献

- 1) MILLIKAN: *Electrons, Protons, Photons, Neutrons, Mesotrons, and Cosmic Rays*. University of Chicago Press, (1935)
- 2) 山内恭彦ほか訳: PSSC 物理 岩波書店 (1963) PP. 453 ~ 470
- 3) PSSC: *Teacher's Resource Book and Guide, Part four* (1961) PP. 28-9 ~ 28-12
- 4) 秋元俊明: 科学の実験 vol.17 No.10 (1966) PP. 62 ~ 68
- 5) 栗田一良ほか: 第19回全国理科教育センター研究協議会 研究発表集録 (1968) PP. 51 ~ 53
- 6) Nuffield Advanced Science; *Physics Teachers' guide Unit 2* Penguin Books (1971) P. 90
- 7) Harvard Project Physics; *Text 5* Holt, Rinehart and Winston, Inc (1968) P. 42  
同; *Teacher's Guide Unit 5* P. 71